
ЛОСЄВА Н.М.,
доктор педагогічних наук,
професор, кафедра вищої
математики і методики
викладання математики,
Донецький національний
університет, м. Донецьк
ЖВАРНИЦЬКА А.В.,
студентка, Донецький
національний університет,
м. Донецьк

РЕАЛІЗАЦІЯ ПРИНЦИПУ НАСТУПНОСТІ У НАВЧАННІ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

У статті висвітлюються можливі шляхи реалізації принципу наступності у навчанні аналітичної геометрії студентів-першокурсників математичного факультету. Розглядаються задачі, які можна застосовувати на практичних заняттях, і приклади підведення студентів під поняття з аналітичної геометрії, які корисно використовувати при викладенні лекційного матеріалу. Наведені завдання сприятимуть кращому розумінню студентами-першокурсниками апарату аналітичної геометрії, акцентуючи увагу на їх знаннях зі шкільного курсу геометрії.

Ключові слова: принцип наступності, наступність навчання, шкільний курс геометрії, аналітична геометрія.

В статье освещаются возможные пути реализации принципа преемственности в обучении аналитической геометрии студентов-первокурсников математического факультета. Рассматриваются задачи, которые можно применять на практических занятиях, и примеры подведение студентов под понятия по аналитической геометрии, которые полезно использовать при изложении лекционного материала. Приведенные задачи будут способствовать лучшему пониманию студентами-первокурсниками аппарата аналитической геометрии, акцентируя внимание на их знаниях из школьного курса геометрии.

Ключевые слова: принцип преемственности, преемственность обучения, школьный курс геометрии, аналитическая геометрия.

The need to investigate the learning of geometry as a continuous process of mathematical training competent professionals determines the relevance of studying the problem of continuity in teaching geometry and analytic geometry. The paper realized the time element наступних links. Showing prerequisites study of analytic geometry knowledge and examples of analytic geometry that students will be able to apply for further study of mathematics. Stresses the importance of applying for teaching analytic geometry information and communication technologies as a means of ensuring continuity between school course in geometry and analytic geometry. The article highlights the possible ways of implementing the principle of continuity in teaching analytic geometry first-year students of the faculty of mathematics. We consider the problems that can be applied to practical lessons and examples summing students under the concept of analytic geometry, which is useful in presentation of lecture material. These objectives will contribute to a better understanding of first-year students apparatus analytic geometry, focusing on their knowledge of school geometry course.

Key words: principle of continuity, continuity of training high-school geometry, analytic geometry.

Постановка проблеми. Відповідно до державної політики в галузі освіти і Національної доктрини розвитку освіти в Україні, з урахуванням світових тенденцій розвитку безперервної освіти реалізація завдань повинна здійснюватися через забезпечення наступності змісту й координації освітньо-виховної діяльності на різних її ступенях, що функціонують як продовження попереднього і передбачають підготовку осіб для можливого переходу до наступного рівня освіти.

Потреба дослідити навчання геометрії як неперервний процес математичної підготовки компетентного фахівця зумовлює актуальність вивчення проблеми наступності в навчанні геометрії та аналітичної геометрії.

Відомо, що науково обґрунтоване дотримання принципу наступності забезпечує цілісність базової і вищої освіти, а отже, її якість, посилює

взаємозв'язки між усіма компонентами навчання на послідовних ступенях професійної підготовки, забезпечує гнучкість (варіативність) і адаптивність змісту й умов навчання відповідно до змін на ринку праці, сприяє необхідності й можливості постійного поповнення та поглиблення знань студентів у допрофесійній і професійній підготовці.

У практиці спостерігається розривність зв'язків у змістовно-методичній складовій навчання геометрії. Деякі означення тих самих понять в школі та ВНЗ даються по-різному, що призводить до формування у студентів неоднозначних уявлень про них.

В ході аналізу стану розробки проблеми наступності у навчанні аналітичної геометрії була виявлена низка протиріч:

- між необхідністю забезпечення неперервності математичної освіти та її дискретністю;

- між існуванням великої кількості досліджень з питань наступності та відсутністю дослідження проблеми наступності щодо навчання шкільного курсу геометрії та аналітичної геометрії у ВНЗ зокрема.
- між актуальністю забезпечення наступності в навчанні шкільного курсу геометрії та аналітичної геометрії та відсутністю реальних методичних засобів її реалізації;

Зазначені протиріччя зумовлюють актуальність теми статті, що потребує як теоретичного вивчення, так і практичної реалізації в системі навчання шкільного курсу геометрії та аналітичної геометрії.

Аналіз актуальних досліджень. Різноманітні аспекти процесу навчання геометрії досліджено в роботах Г. П. Бевза, М. І. Бурди, К. В. Власенко, Ш. Х. Гушан, Е. Е. Жумаєва, Й. Н. Іванова, В. Г. Коровіної, І. А. Кушніра, Л. М. Лоповка, Н. М. Лосєвої, А. В. Прус, О. І. Скафи, І. А. Сверчевської, Н. А. Тарасенкової, А. Халікова, В. О. Швеця, С. Є. Яценко та інших. Проблему реалізації принципу наступності у навчанні математики вивчали Дідовик М. В., Добріна К. О., Реутова І. М. Можливість використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у навчанні геометрії висвітлено у роботах О. В. Вітюка, В. П. Гороха, А. В. Грохольської, Д. Є.

Губар, М. І. Жалдака, О. Б. Жильцова, В. І. Ключка, С. А. Ракова та інших. Але методичних розробок з проблеми реалізації наступності аналітичної геометрії недостатньо.

Метою статті є висвітлення авторського досвіду реалізації принципу наступності у навчанні аналітичної геометрії.

Виклад основного матеріалу. Нове тисячоліття є періодом глибоких змін. У галузі вищої освіти також відбуваються глобальні зміни і розвиваються нові педагогічні тенденції: зміна цілей у напрямку гуманізації навчання; посилення особистісної орієнтації змісту й технологій освіти; індивідуалізація освітніх траєкторій студентів, забезпечення безперервності й наступності освіти, адже від правильно організованого переходу зі школи до студентського життя здебільшого залежить ефективність подальшого навчання студентів [4, 57].

За Я. А. Коменським, навчання – цілісний шлях пізнання, де нове є приєднанням до раніше набутого. «Усе навчання повинно відбуватись таким чином, щоб наступне завжди засновувалось на попередньому, а попереднє закріплювалось наступним» [1, 278]. Про те, що педагог вважав наступність необхідним елементом навчально-виховного процесу, свідчить наступна цитата: «Кожен може піднятися на

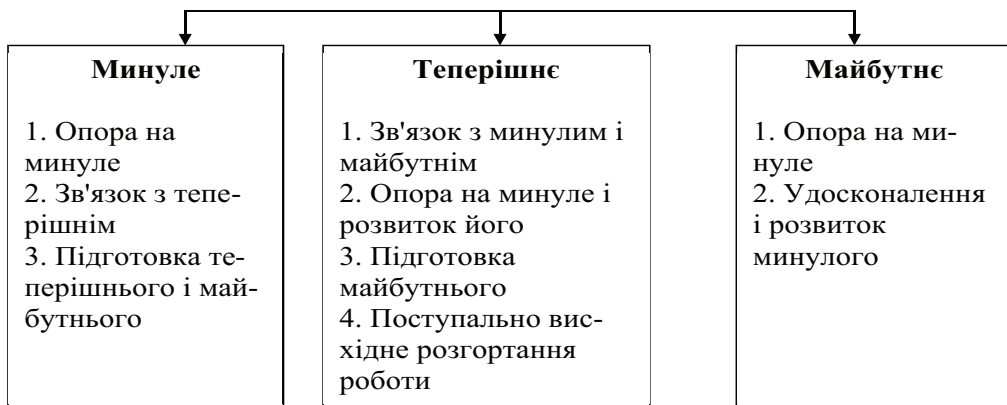
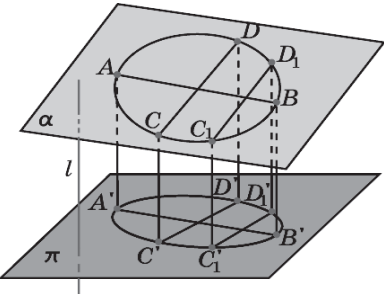
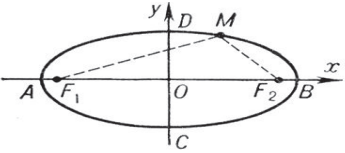
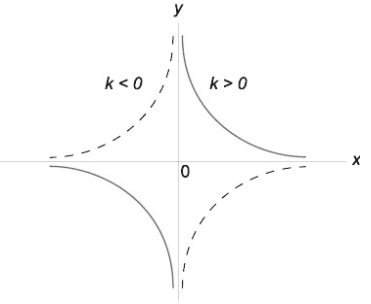
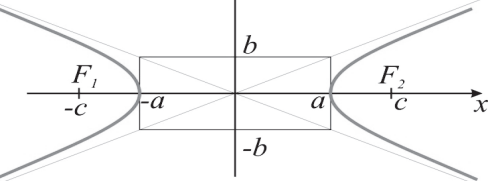
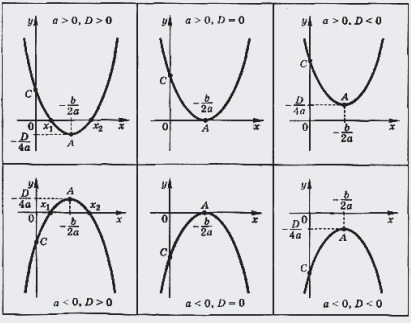
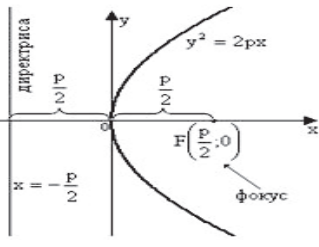


Рис.1. Наступнісні зв'язки у часі (за А. М. Кухтою)

Означення в шкільному курсі	Означення в курсі аналітичної геометрії
Коло – сукупність точок, рівновіддалених від даної точки, яка називається центром кола. $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$	Коло – частковий випадок еліпса, коли $\varepsilon = 0$. Рівняння кола: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$
Еліпс – паралельна проекція кола. 	Еліпсом називається ГМТ (на площині), сума відстаней від яких до двох заданих точок є сталою величиною. Канонічне рівняння еліпса: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 
Гіпербола – графік функції $y = \frac{k}{x}$ 	Гіперболою називається ГМТ (на площині), абсолютне значення різниці відстаней від яких до двох заданих точок є сталою величиною (і відмінне від нуля). Канонічне рівняння гіперболи: $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1$ 
Парабола – графік квадратичної функції $y = k^2 + bx + c$ 	Параболою називається множина точок (на площині), рівновіддалених від заданої точки і заданої прямої. Канонічне рівняння параболи: $y = 2px$ 

найвищу вежу..., якщо він йде сходами, проте, якщо ви знищите кілька сходинок, він або не буде спроможним рухатися вперед, або опиниться у прірві» [2, 606].

Існує багато визначень поняття наступності. Родовою відмінністю в означенні наступності виступають процес, зв'язок або принцип.

В нашому дослідженні під наступністю розуміється принцип навчання, який полягає в цілеспрямованому та систематичному використанню отриманих в школі знань при вивченні аналітичної геометрії в ВНЗ.

Аналізуючи часовий аспект наступних зв'язків, А.М. Кухта [3] умовно визначає три етапи навчального процесу: минуле, теперішнє і майбутнє.

В нашому дослідженні минулим є процес навчання геометрії в загальноосвітній школі, теперішнє — навчання аналітичної геометрії у ВНЗ, застосовуючи знання студентів зі шкільного курсу геометрії, а майбутнім є вивчення студентами інших дисциплін (математичного аналізу, диференціальної геометрії, теоретичної механіки та теоретичної фізики), застосовуючи знання з АНГ (наприклад, студентиматематики на другому курсі під час обчислення інтегралів другого роду в курсі математичного аналізу можуть переходити до полярної системи координат).

Поняття й методи аналітичної геометрії відіграють важливу роль у природознавстві, техніці й математиці, а сам координатний метод є одним із «інструментів» пізнання реального світу. Однак у практиці загальноосвітньої та вищої школи спостерігається розривність зв'язків у навчанні цих розділів математики. Ця розривність проявляється вже в тому, що означення деяких понять аналітичної геометрії (вектор, гіпербола, парабола, еліпс і т.д.) в шкільному курсі математики та ВНЗ подаються по-різному, що призводить до формування викривленого уявлення про них.

Так в шкільному курсі геометрії

означення кола подається лише як сукупність точок, рівновіддалених від даної точки, еліпс визначається як паралельна проекція кола, з параболою та гіперболою учні знайомляться в курсі алгебри як з графіками квадратичної функції і оберненої пропорційності відповідно (табл.1). Тобто при вивченні цих понять в загальноосвітній школі не розглядаються їхні характеристичні властивості, а в курсі аналітичної геометрії, навпаки, вивчення цих геометричних об'єктів базується на характеристичній властивості, вони визначаються як певні геометричні місця точок.

У результаті у студента формується враження, що аналітична геометрія це щось зовсім нове, якась «інша» геометрія. Для того, щоб запобігти цьому, на наш погляд, недостатньо роз'яснити обмеженість шкільних уявлень під час узагальнення понять у ВНЗ. З метою вивчення окремих розділів аналітичної геометрії як логічного продовження та поглиблення відповідних розділів шкільного курсу, тобто для забезпечення наступності, необхідно вже в школі роз'яснювати учням обмеженість тих чи інших понять з орієнтацією на те, що їх поглиблення та розширення буде мати місце у ВНЗ.

На практичних заняттях для забезпечення наступності навчання геометрії та формування готовності у студентів ВНЗ застосовувати геометричні знання при вивченні спеціальних дисциплін необхідно включати їх у внутрішньо- та міжпредметні зв'язки при викладанні геометрії, як в школі, так і в курсі вищої математики. Ідея фузіонізму (від лат. fusio – сплавлення) вже закладена в самій змістовій лінії «Вектори та координати» шкільного курсу математики. Але це представлення в шкільному курсі геометрії однобічне, бо розглядається лише проникнення алгебри в геометрію (геометричні задачі зводяться до розв'язання алгебраїчних рівнянь, їх систем тощо). На наш погляд, необхідно демонструвати це проникнення в зворотному напрямку,

тобто студенти мають побачити взаємовплив та «взаємодопомогу» алгебри та геометрії, мають побачити, що немає чіткої межі між цими розділами математики.

Українськими науковцями [5] розроблено методичний посібник «Вектори в елементарній математиці», у якому надано досить повне і чітке викладення основ теорії векторного апарату шкільного курсу геометрії. Розглянемо завдання даного посібника, яке демонструє застосування векторів для доведення нерівності.

Задача 1. Довести $\sqrt{4a+7} + \sqrt{4b+7} + \sqrt{4c+7} < 26$, якщо a, b, c — додатні числа і $a + b + c = 7$.

Розв'язання

Цю нерівність легко довести за допомогою векторного апарату.

Нехай $\vec{m}(1; 1; 1)$,
 $\vec{n}(\sqrt{4a+7}; \sqrt{4b+7}; \sqrt{4c+7})$.

Тоді $\vec{m}\vec{n} =$
 $\sqrt{4a+7} + \sqrt{4b+7} + \sqrt{4c+7}$.
 $|\vec{m}||\vec{n}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{4a+7 + 4b+7 + 4c+7} =$
 $= \sqrt{3} \cdot \sqrt{4(a+b+c) + 21} =$
 $= \sqrt{3} \cdot \sqrt{4 \cdot 7 + 21} = 7\sqrt{3} < 26$.

Оскільки $\vec{m}\vec{n} \leq |\vec{m}||\vec{n}|$, то
 $\sqrt{4a+7} + \sqrt{4b+7} + \sqrt{4c+7} < 26$.

Що і треба було довести [5, 88].

Для закріплення цього методу можна показати приклад швидкого знаходження найбільшого і найменшого значення функції, не використовуючи похідну.

Задача 2. Знайти найбільше і найменше значення функції $f(x) = 3\sin x + 4\cos x$.

Розв'язання

Розглянемо два вектори: $\vec{a}(3; 4)$,
 $\vec{b}(\sin x, \cos x)$, враховуючи те, що
 $-|\vec{a}||\vec{b}| \leq \vec{a}\vec{b} \leq |\vec{a}||\vec{b}|$,

Де $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 1$,

маємо $-5 \leq 3\sin x + 4\cos x \leq 5$.

Відповідь: найменше значення функції -5, а найбільше 5 [5, 89].

Векторний метод можна застосовувати також для розв'язання рівнянь, їх систем та доведення рівностей.

Розв'язуючи геометричну задачу векторним методом, її спочатку перекладають на «мову векторів». Наведемо таблицю 2, яка демонструє відповідність між геометричними властивостями і векторними співвідношеннями.

Можна застосувати методику fill-in-blank, згідно з якою один із стовпців цієї таблиці залишити для заповнення студентам і узагальнення на практичному занятті.

Таблиця 2

Геометричною мовою	Векторна рівність
Точки А і В збігаються	$\vec{OA} = \vec{OB}$
Прямі АВ і CD паралельні або збігаються	$\vec{AB} = \kappa \vec{CD}$ або $\vec{AB} \times \vec{CD} = 0$
Точки А, В і С лежать на одній прямій	$\vec{AB} = \kappa \vec{AC}$
Прямі АВ і CD перпендикулярні	$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = 0$
Кут φ між прямими АВ і CD	$\cos \varphi = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{CD}}{ \vec{AB} \cdot \vec{CD} }$
В – середина відрізка АС	$\vec{AB} = \vec{BC}$
Точки О, А, В, С однієї площини	$\vec{OA} = \kappa \vec{OB} + p \vec{OC}$
Площа паралелограма ABCD	$S = \vec{AB} \times \vec{AD} $

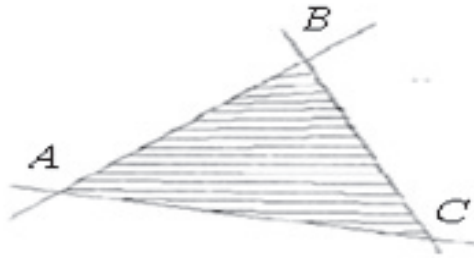


Рис. 3

Для реалізації принципу наступності навчання аналітичної геометрії, підвищення інтересу студентів до навчання та розвитку їх пізнавальної активності необхідний пошук додаткових засобів, що стимулюють розвиток їх самостійності, особистої ініціативи і творчості. Одним із таких засобів є використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ). Дійсно, використання комп'ютера дозволяє доповнити заняття різноманітними матеріалами, розширює можливість варіювання різних форм навчання, нарешті, просто робить його яскравим і насиченим [7, 197].

Безумовно, застосування комп'ютерних програмних засобів дозволяє викладачеві розв'язувати різні завдання на новому рівні: значно підвищити наочність навчання, забезпе-

чити його диференціацію, полегшити контроль знань студентів, підвищити інтерес до предмета й пізнавальну активність студентів тощо. За допомогою комп'ютера можна організувати процес навчання за індивідуальною програмою, що сприяє комфортному психологічному стану і виникненню у студента професійних інтересів, підвищує рівень самоосвіти і розширює можливості для творчості [7, 198].

З огляду на це, ІКТ є потужним засобом формування геометричних знань, вмінь та навичок, формування самоосвітньої, евристичної та дослідницької діяльності студентів. Найбільш прийнятними в цьому відношенні є педагогічні програмні засоби GRAN 1, GRAN-2D, GRAN-3D, DG.

Наведемо приклад застосування ППЗ GRAN 1 для перевірки правиль-

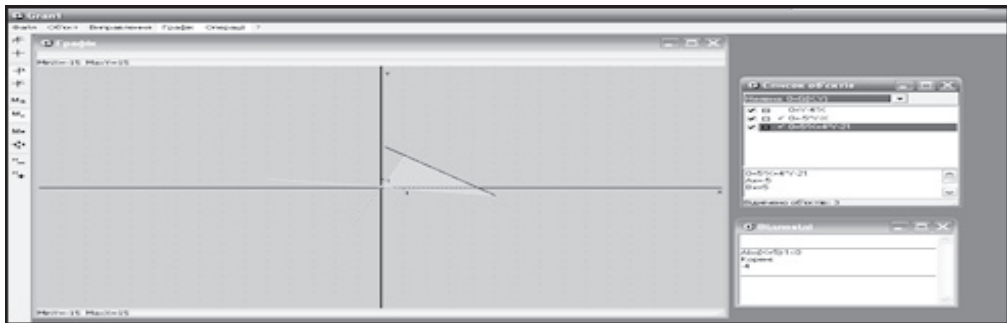


Рис. 4. Побудова геометричного місця точок, що задовольняє

умові
$$\begin{cases} y - 4x \leq 0 \\ 5y + x \geq 0 \\ 5x + 4y - 21 \leq 0 \end{cases} \quad \text{за допомогою ППЗ GRAN 1}$$

ності складання рівняння прямої, проведеної через дві точки.

Задача 3. Складіть рівняння трикутника ABC: $A(0;0), B(1;4), C(5;-1)$.

Знайдемо рівняння сторін цього трикутника. Для цього застосуємо рівняння прямої, що проходить через дві точки.

$$\text{Рівняння сторін} \\ AB: \frac{x-0}{1} = \frac{y-0}{4} \Rightarrow y-4x=0;$$

$$AC: \frac{x-0}{5} = \frac{y-0}{-1} \Rightarrow 5y+x=0;$$

$$BC: \frac{x-1}{4} = \frac{y-4}{-5} \Rightarrow 5x+4y-21=0;$$

Запишемо систему нерівностей, яка визначає трикутник ABC

$$\begin{cases} y-4x \leq 0 \\ 5y+x \geq 0 \\ 5x+4y-21 \leq 0 \end{cases}$$

Перевіримо отримані результати за допомогою ППЗ GRAN1

Висновки. Таким чином, нами була виявлена розривність зв'язків у навчанні геометрії у практиці загальноосвітньої та вищої школи. Були розглянуті задачі, які можна застосовувати на практичних заняттях, і приклади підведення студентів під поняття з аналітичної геометрії, які корисно використовувати при викладенні лекційного матеріалу. Наведено приклад застосування ІКТ як одного із засобів забезпечення наступності в навчанні аналітичної геометрії.

Тому при вивченні курсу аналітичної геометрії доцільно застосовувати вищенаведені задачі з метою подолання протиріч та наступності у навчанні аналітичної геометрії та підвищення мотивації вивчення дисципліни.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ:

1. Коменский Я. А. Великая дидактика // Избр. пед. соч. / Я. А. Коменский. – М.: Гос. уч. педиздат. Мин. просвещения РСФСР, 1955. – 665 с.
2. Коменский Я. А. Избранные сочинения / Я. А. Коменский. – М.: Педагогика, 1998. – Т.1 – 655 с.
3. Кухта А. М. Принцип наступності у навчанні / А. М. Кухта. – Львів: Вища школа, 1973. – 26 с.
4. Лосєва Н. М. Активна позиція викладача вищого навчального закладу щодо забезпечення наступності навчання / Н. М. Лосєва // Імідж сучасного педагога. – 2003. – № 5-6 (34-35) – С. 57 - 60.
5. Лосєва Н. М. Вектори в елементарній математиці: навчально-методичний посібник. Вид. 2-е, випр. / Н. М. Лосєва, Г. В. Горр, З. О. Брусило. – Київ: Освіта України, 2009. – 209 с.
6. Лосєва Н. М. Індивідуальні завдання з курсу «Аналітична геометрія»: навчально-методичний посібник / Н. М. Лосєва, Д. Є. Губар, А. В. Жварницька. – Донецьк: ДонНУ, 2013. – 72 с.
7. Лосєва Н. М. Інтерактивні технології навчання математики: навчально-методичний посібник для студентів / Н. М. Лосєва, Т. В. Непомняща, А. Ю. Панова. – К.: Кафедра, 2012. – 228 с.